

**Schulinterner Lehrplan  
des St.-Antonius-Gymnasiums  
zum Kernlehrplan für die gymnasiale Oberstufe**

**Mathematik**

<b>1 Die Fachgruppe Mathematik am St.-Antonius-Gymnasium.....</b>	<b>.....</b>
<b>2 Entscheidungen zum Unterricht.....</b>	<b>.....</b>
2.1 Unterrichtsvorhaben.....	4
2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben.....	4
Einführungsphase.....	4
Qualifikationsphase - Grundkurs.....	7
Qualifikationsphase – Leistungskurs.....	11
2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben.....	16
Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra.....	16
Thema: Koordinatisierungen des Raumes „3D“ (E-G1).....	16
Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2).....	18
Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1).....	19
Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2).....	20
Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3).....	21
Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung spezieller Funktionen (E-A4).....	23
Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1).....	25
Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2).....	27
Thema: Eigenschaften von Sinus- und Kosinusfunktion (E-A5).....	29
Modellieren.....	30
3 Grundsätze der Leistungsbewertung und -rückmeldung.....	82
3.1 Verbindliche Absprachen.....	82
3.2 Verbindliche Instrumente.....	82
3.2.1 Überprüfung der schriftlichen Leistung.....	82
3.2.2 Überprüfung der sonstigen Leistung.....	84
3.2.3 Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung.....	84
3.2.4 Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen.....	85
3.2.5 Lehr- und Lernmittel.....	88
3.2.6 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen.....	88
3.2.7 Qualitätssicherung und Evaluation.....	88

# **1 Die Fachgruppe Mathematik am St.-Antonius-Gymnasium**

Das St.-Antonius-Gymnasium ist eines von zwei Gymnasien in der Lüdinghausen, wobei das andere der beiden Gymnasien privat ist. Das St.-Antonius-Gymnasium ist in der Sekundarstufe I drei- bis vierzünftig und wird als Halbtagsgymnasium geführt.

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II wurden in den letzten Jahren regelmäßig einige Schülerinnen und Schüler neu aufgenommen, überwiegend aus der Realschule der Stadt. Diese Schülerinnen und Schüler sind in M, D und E auf die parallelen Kurse gleichmäßig verteilt.

In der Regel werden in der Einführungsphase vier bis fünf parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase ein bis zwei Leistungs- und entsprechend drei bis vier Grundkurse entwickeln.

Der Unterricht findet bisher im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse möglichst zwei Doppelstunden vor, in der Kooperationsschiene entsprechend zwei „Langstunden“ (67,5 Minute).

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet. Dazu gehören: Känguru-Wettbewerb, Mathe-im-Advent, die lange Nacht der Mathematik, SAMMS und die Mathematik-Olympiade.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass, wo immer möglich, mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule zwei PC-Unterrichtsräume zur Verfügung. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

Der grafikfähige Taschenrechner, zur Zeit der TI-Nspire CX, wird in der Einführungsphase eingeführt.

## 2 Entscheidungen zum Unterricht

### 2.1 Unterrichtsvorhaben

#### 2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

##### Einführungsphase

Einführungsphase	
<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundlegende Eigenschaften von Potenz und Exponentialfunktion</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Grundverständnis des Ableitungsbegriffs</b></li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen</b></li> </ul>

## Einführungsphase Fortsetzung

<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Mehrstufige Zufallsexperimente</b></li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Eigenschaften von Sinus- und Kosinusfunktion</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> <li>• Problemlösen</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A5)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sinus- und Kosinusfunktion</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Koordinatisierungen des Raumes</u></li> </ul>

## Einführungsphase Fortsetzung

### Unterrichtsvorhaben IX:

#### **Thema:**

*Vektoren bringen Bewegung in den Raum  
(E-G2)*

#### **Zentrale Kompetenzen:**

- Problemlösen

**Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und  
Lineare Algebra (G)

#### **Inhaltlicher Schwerpunkt:**

- Vektoren und Vektoroperationen

## Qualifikationsphase - Grundkurs

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II :</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfelder:</b> Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Integralbegriffs</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Integralrechnung</li> </ul>

**Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (Fortsetzung)**

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> <li>• Integralrechnung</li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul>



## Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehungen</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II :</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Skalarprodukt</li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul>

**Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS Fortsetzung**

Unterrichtsvorhaben Q2-V:

**Thema:** Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)

**Zentrale Kompetenzen:**

- Modellieren
- Argumentieren

**Inhaltsfeld:** Stochastik (S)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:**

- Binomialverteilung

Unterrichtsvorhaben Q2-VI:

**Thema:** Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)

**Zentrale Kompetenzen:**

- Modellieren
- Argumentieren

**Inhaltsfeld:** Stochastik (S)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:**

- Stochastische Prozesse

## Qualifikationsphase – Leistungskurs

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfelder:</b> Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Integralbegriffs</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Integralrechnung</li> </ul>

<b>Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> <li>• Integralrechnung</li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Skalarprodukt</li> </ul>

**Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung**

Unterrichtsvorhaben Q1-IX:

**Thema:** Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)

**Zentrale Kompetenzen:**

- Argumentieren
- Kommunizieren

**Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:**

- Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)

Unterrichtsvorhaben Q1-X:

**Thema:** Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)

**Zentrale Kompetenzen:**

- Argumentieren
- Kommunizieren

**Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:**

- Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden)

**Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS**

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen)</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Verknüpfung aller Kompetenzen</b></li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Binomialverteilung</u></li> </ul>

**Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung**

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Binomialverteilung</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Normalverteilung</u></li> </ul>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Testen von Hypothesen</li> </ul>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Stochastische Prozesse</u></li> </ul>

## 2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

### Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra

<b>Thema: Koordinatisierungen des Raumes „3D“ (E-G1)</b>	
<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum</li> <li>stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b> <b>Modellieren</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> </ul>	<p>Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten). Bei engem Zeitrahmen sollten zumindest geographische Koordinaten bzw. Polarkoordinaten (evtl. in Form eines Schülervortrages) Erwähnung finden. (Hier empfiehlt die Fachkonferenz bewusst, über die Anforderungen des Kernlehrplanes hinauszugehen, damit die künftige Beschränkung auf kartesische Koordinaten in Kenntnis anderer, verbreitet üblicher Koordinatisierungen erfolgt.)</p> <p>An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer Dynamischen Geometrie Software (DGS) zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter zu entwickeln.</p> <p>Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.</p> <p>Als DGS kommen Vektoris3D (auf Begleit-CD zum LS) oder Archimedes (Schullizenz) in Betracht.</p>



**Thema: Koordinatisierungen des Raumes „3D“ (E-G1)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Kommunizieren (Produzieren)</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus</li><li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen</li></ul>	

## **Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren</li><li>• stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar</li><li>• berechnen Längen von Vektoren („Vektorbetrag“) und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras</li><li>• addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität</li><li>• weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach</li></ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b> Problemlösen Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)</li><li>• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)</li><li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)</li></ul>	<p>Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.</p> <p>Figuren und Körper benennen, definieren und Eigenschaften nennen können:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Dreiecke: Gleichschenkelig, gleichseitig, rechtwinklig</li><li>• Vierecke: Trapez, Parallelogramm, Raute, Rechteck, Quadrat.</li></ul>

## Einführungsphase Analysis

**Thema:** Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie von quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen
- beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen
- wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### **Problemlösen**

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden)

##### **Modellieren**

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden.

Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und z.B. mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht.

Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.

**Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)**

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate / Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)

**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**

**Problemlösen**

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (Reflektieren)

**Argumentieren**

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiralförmigen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet.

Zur Vertiefung des Verständnisses des Übergangs von durchschnittlicher zu lokaler Änderungsrate kann der Differenzenquotient eingesetzt werden.

Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate kann die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der evtl. durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt.

Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.

Tabellenkalkulation, DGS oder GTR werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

## **Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)**

### **Zu entwickelnde Kompetenzen**

#### **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

Die Schülerinnen und Schüler

- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktion
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel

#### **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**

##### **Problemlösen**

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)

### **Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt.

Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellarisieren und zu plotten.

Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.

Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen soll durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere auf Polynomfunktionen vom Grad 3. Hier können sich alle bislang erarbeiteten Regeln bewähren.

Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten

**Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Argumentieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)</li></ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum</li><li>• grafischen Messen von Steigungen</li><li>• Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle</li></ul>	<p>untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.</p> <p><b>Die Polynomdivision wird dabei Hilfsmittel zur Faktorisierung eingesetzt.</b></p> <p>Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben VI (Thema E-A4) angeknüpft wird.</p>

**Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung spezieller Funktionen (E-A4)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• begründen Eigenschaften o. g. Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li><li>• verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten</li><li>• unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich</li><li>• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen</li></ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b> <b>Problemlösen</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden)</li><li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (Lösen)</li><li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)</li></ul>	<p>Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.</p> <p>Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.</p> <p>Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.</p> <p>Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.</p>

**Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung spezieller Funktionen (E-A4)**

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

**Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (Begründen)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (Beurteilen)



## Einführungsphase Stochastik

### **Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben Zufallsexperimente im Alltag</li> <li>• simulieren Zufallsexperimente</li> <li>• verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen</li> <li>• stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch</li> <li>• beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <i>Modellieren</i>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> </ul>	<p>Beim Einstieg ist auf vielfältige , anwendungsbezogene Kontexte zu achten. Einen geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei sensitiven Umfragen.</p> <p>Zur Modellierung von Wirklichkeit können durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator) werden.</p> <p>Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.</p> <p>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden z.B. im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.</p>

**Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)**

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - Generieren von Zufallszahlen
  - Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Digitale Werkzeuge können zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet werden.

**Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln</li> <li>bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> <li>prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit</li> <li>bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b> <b>Modellieren</b> Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> </ul>	<p>Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe).</p> <p>Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.</p> <p>Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.</p> <p>Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs <math>P(A \cap B)</math> von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.</p>

**Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)**

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

**Kommunizieren**

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten [...] (Rezipieren)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)

**Thema: Eigenschaften von Sinus- und Kosinusfunktion (E-A5)**

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter
- nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

In einer kurzen Wiederholung werden den Kenntnisse aus der Sekundarstufe I, wie z.B. die Definition von Sinus und Kosinus am Einheitskreis, wieder aufgegriffen.

Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann etwa über das Beispiel „Sonnenscheindauer“ aus den GTR-Materialien erfolgen, also zunächst über die Sinusfunktion.

Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann etwa über das Beispiel „Sonnenscheindauer“ aus den GTR-Materialien erfolgen, also zunächst über die Sinusfunktion.

Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.

## Qualifikationsphase Grundkurs Analysis

### Thema: *Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)*

#### Zu entwickelnde Kompetenzen

##### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

###### *Die Schülerinnen und Schüler*

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

##### Prozessbezogene Kompetenzen:

###### **Modellieren**

###### *Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)

###### **Problemlösen**

###### *Die Schülerinnen und Schüler*

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)

#### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

##### Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. An unterschiedlichen Problemen werden Lösungsstrategien entwickelt, mögliche unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen (wie z.B. bei quadratischen Zielfunktionen), Lösungsverfahren mit und ohne digitale Hilfsmittel eingeübt, deren Grenzen und Möglichkeiten hinterfragt und aufgestellte bzw. gegebene Modelle validiert.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen.

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>)</li><li>• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>)</li><li>• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>)</li><li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)</li><li>• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li></ul> |  |
|---|--|

**Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)**

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“**

Anknüpfend an die Einführungsphase werden z.B. in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.



- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

### **Werkzeuge nutzen**

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
  - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

## Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Kommunizieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).

## Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Argumentieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. *Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.*

Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen können von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet werden. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino)

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden.

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [*Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
  - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

## Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### *Die Schülerinnen und Schüler*

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - natürliche Exponentialfunktion

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Problemlösen**

##### *Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*).

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgehend von den bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Dabei kann der Einsatz des GTR oder eines DGS bei der Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen visuell unterstützen.

Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate.

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen  
... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer  
Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren,  
Berechnen und Darstellen

## Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

<p>Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>)</li><li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li><li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li><li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li><li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li></ul>	
--	--



## Qualifikationsphase Grundkurs Analytische Geometrie

Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar</li> <li>interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.</p> <p><i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</i></p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.</p> <p><i>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.</i></p>

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
  - ... Darstellen von Objekten im Raum

## Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Ebenen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).

Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.

Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren.

Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

*Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.*

- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

## Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden [...]

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

##### **Kommunizieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt. Eine analoge Bearbeitung der in Q-GK-G2 erarbeiteten Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an.

*Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden. Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).*

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)</li><li>• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>)</li></ul> |  |
|--|--|

## Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz).

*Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.*

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.

*Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wieder aufgenommen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.*

## Qualifikationsphase Grundkurs Stochastik

**Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener **Glücksspiele** wird zunächst der Begriff der **Zufallsgröße** und der zugehörigen **Wahrscheinlichkeitsverteilung** (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des **Mittelwertes** bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der **Erwartungswert** einer Zufallsgröße definiert.

Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der **Standardabweichung** als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.



## Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- beschreiben den Einfluss der Parameter  $n$  und  $p$  auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von Zufallsgrößen [...]

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

##### Werkzeuge nutzen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Generieren von Zufallszahlen
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von **Binomialverteilungen** soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst **Bernoulliketten** in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das **Galtonbrett** bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang  $n$  und Trefferwahrscheinlichkeit  $p$  erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.

Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von  $n$  und  $p$  ca. 68% der Ergebnisse in der  $1\sigma$ -Umgebung des Erwartungswertes liegen.

*Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf*

<ul style="list-style-type: none"><li>... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li><li>... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen</li><li>... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)</li></ul>	<p><i>stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>
--	---

## Thema: Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

##### Argumentieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

#### Hinweis:

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen **stochastischen Prozess** graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

## Qualifikationsphase Leistungskurs Analysis

Thema: <i>Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese</li> <li>• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li> <li>• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen (Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten)</li> <li>• führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück</li> <li>• wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z.B.: Skizze, informative Figur, Tabelle) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z.B.:</li> </ul>	<p>An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z.B.: „Glasscheibe“).</p> <p>Ein Verpackungsproblem (z.B: Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.</p> <p>Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z.B.: Besucherströme zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen.</p> <p>Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.</p>

Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)

- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

<b>Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)</b>	
<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen</li> <li>bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)</li> <li>beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung</li> <li>verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li> <li>beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</li> <li>wenden den Gauß-Algorithmus <u>ohne</u> digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p>	<p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. (Kontext: z.B.: Trassierungsprobleme).</p> <p>Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p> <p>Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften Gleichungssysteme für die Parameter ganzzahliger Funktionen entwickelt. Die Lernenden erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</p> <p>Über freie Parameter werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.</p>

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen  
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum  
Erkunden, Berechnen und Darstellen

<b>Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)</b>	
<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe</li> <li>• deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext</li> <li>• skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Kommunizieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)</li> </ul>	<p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (z.B.: Geschwindigkeit - Weg). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z.B.: physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.</p> <p>Der Einstieg sollte in arbeitsteiliger Gruppenarbeit oder anhand von Stationenlernen erfolgen, in der sich die Lernenden selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.</p> <p>Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.</p> <p>Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.</p> <p>Die Ergebnisse können in einem Portfolio dokumentiert werden</p>



<b>Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)</b>	
<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs</li> <li>• erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion</li> <li>• deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen</li> <li>• nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen</li> <li>• begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs</li> <li>• bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen</li> <li>• bestimmen Integrale numerisch</li> <li>• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion</li> <li>• bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> </ul>	<p>Die Lernenden sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion <math>J_a</math> eine Stammfunktion der Randfunktion ist.</p> <p>Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs <math>J_a(x+h) - J_a(x)</math> geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.</p> <p>In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.</p> <p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität thematisiert werden.</p> <p>Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen.</p>

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

### **Werkzeuge nutzen**

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen digitale Werkzeuge (*Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*) zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...
  - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
  - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion</li> <li>• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion</li> <li>• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen (→ natürliche Exponentialfunktion, Exponentialfunktionen mit beliebiger Basisnatürliche Logarithmusfunktion)</li> <li>• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: <math>x \rightarrow 1/x</math>.</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z.B.: systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (<i>Lösen</i>)</li> <li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)</li> <li>• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> <li>• grafischen Messen von Steigungen</li> </ul>	<p>Beim Zusammenstellen der Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion, kann der GTR die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen unterstützen.</p> <p>Die Eulersche Zahl kann z.B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.</p> <p>Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate.</p> <p>Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht. Dazu kann man z.B. in der Grafik des GTR experimentieren, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden.</p> <p>Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.</p> <p>Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis <math>e</math> zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.</p> <p>Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch hergeleitet und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.</p>

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus</li><li>• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li></ul> |  |
|--|--|

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum</li> <li>• bestimmen Integrale mithilfe vorgegebener Stammfunktionen</li> <li>• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.</p> <p>Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</p> <p>Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.</p>

## Qualifikationsphase Leistungskurs Analytische Geometrie

Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stellen Geraden in Parameterform dar</li> <li>interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext</li> <li>stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.  <i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.</i></p> <p>In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.</p> <p>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden</p>

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
  - ... Darstellen von Objekten im Raum

kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

## Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es</li> <li>• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> <li>• bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...]</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.  <i>Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.</i></p> <p>Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.</p> <p>Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.  <i>Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen</i>  <math>(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0</math> und <math>(\vec{a})^2 = (\vec{b})^2</math> für die Seitenvektoren <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> eines Parallelogramms.</p> <p>In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.</p>



**Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar</li> <li>• stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar</li> <li>• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es</li> <li>• stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum</li> <li>• bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)</li> </ul>	<p>Die unterschiedlichen Darstellungsformen von Ebenengleichungen und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet.</p> <p><i>Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.</i></p> <p>Als weitere Darstellungsform wird die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden.</p>

## Thema: Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden [...]
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Argumentieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

##### Kommunizieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen.

Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an.

Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen.

In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>)</li><li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)</li><li>• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)</li><li>• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>)</li></ul> |  |
|---|--|

## Thema: Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.

Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.

Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

<p>Rückwärtsarbeiten, [...] (<i>Lösen</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)</li><li>• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>)</li></ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum<ul style="list-style-type: none"><li>... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen</li><li>... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen</li></ul></li></ul>	
---	--

## Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Geraden in Parameterform dar</li> <li>• stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar</li> <li>• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar</li> <li>• untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen</li> <li>• berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext</li> <li>• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> <li>• stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum</li> <li>• bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen</li> </ul>	<p>Neben der Erarbeitung von Techniken zur Lösung von Lage- und Abstandsproblemen soll ein Schwerpunkt auf der Vermittlung prozessbezogener Kompetenzen liegen, die es den Schülern erlauben, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</p> <p>Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.</p> <p>Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen.</p> <p>Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.</p>

Annahmen (*Validieren*)

**Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

## Qualifikationsphase Leistungskurs Stochastik

**Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)*

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Problemstellungen (nicht nur Glücksspielen) wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.

Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.



## Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

##### Werkzeuge nutzen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Generieren von Zufallszahlen
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
  - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

**Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben den Einfluss der Parameter <math>n</math> und <math>p</math> auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung</li> <li>• bestimmen den Erwartungswert <math>\mu</math> und die Standardabweichung <math>\sigma</math> von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen</li> <li>• nutzen die <math>\sigma</math>-Regeln für prognostische Aussagen</li> <li>• nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>)</li> <li>• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	<p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang <math>n</math> und Trefferwahrscheinlichkeit <math>p</math> erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden:</p> <p>Das Konzept der <math>\sigma</math>-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das <math>\frac{1}{\sqrt{n}}</math>-Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.</p>

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
  - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

## Thema: Normalverteilung und Glockenkurve (Q-LK-S4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion
- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter  $\mu$  und  $\sigma$  auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

#### Prozessbezogene Kompetenzen:

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

##### **Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern  $\mu$  und  $\sigma$  zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)

### **Werkzeuge nutzen**

#### *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Generieren von Zufallszahlen
  - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen
- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge

**Thema: Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse</li> <li>• beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener</li> </ul>	<p>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten.</p> <p>Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes können folgende Fragen diskutiert werden:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?</li> <li>- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?</li> </ul> <p>Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</p>

Diskussionen herbei ( <i>Diskutieren</i> )	
--	--

## Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen</li> <li>• verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> </ul>	<p><i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p>



- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>)</li><li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li></ul> |  |
|---|--|

### 3 Grundsätze der Leistungsbewertung und -rückmeldung

Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar.

#### 3.1 Verbindliche Absprachen

- Einbindung von Aufgabenteilen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogenen Kompetenzen in Klausuren - nach entsprechender Wiederholung - möglich
- mindestens 1 Klausur je Schuljahr in der E- und Q-Phase mit „hilfsmittelfreiem“ Teil
- alle Klausuren in der Q-Phase beinhalten auch Aufgaben aus dem Anforderungsbereich III
- in Klausuren: Einführung und Verwendung der Operatoren des Zentralabiturs
- kriteriengestützte Korrektur/Bewertung (Rückmeldung) der Klausuren
- Schriftliche Übungen (20 Min.) können als Kompetenzüberprüfung bezüglich des unmittelbar zurückliegenden Unterrichtsvorhabens in Abstimmung mit den Fachlehrkräfte paralleler Kurse erfolgen.

#### 3.2 Verbindliche Instrumente

##### 3.2.1 Überprüfung der schriftlichen Leistung

		Anzahl der Klausuren pro Halbjahr	Dauer der Klausuren
E-Phase		2 <sup>1</sup>	2 UR-Stunden (90 Minuten)
Q1/1	GK	2	2 UR-Stunden (90 Minuten)
	LK	2	3 UR-Stunden (135 Minuten)

<sup>1</sup> davon eine (i.d.R. die 4. Klausur in der E-Phase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur.

Q1/2	GK	2	3 UR-Stunden (135 Minuten)
	LK	2	4 UR-Stunden (180 Minuten)
Q2/1	GK	2	3 UR-Stunden (135 Minuten)
	LK	2	4 UR-Stunden (180 Minuten)
Q2/2	GK	1	3 Zeit-Stunden (unter Abiturbedingungen)
	LK	1	4,25 Zeitstunden (unter Abiturbedingungen)

- eine Facharbeit ersetzt die erste Klausur in Q1/2

### **3.2.2 Überprüfung der sonstigen Leistung**

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge/Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben...)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen

Darüber hinaus können folgende Aspekte mit einfließen:

- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Führung des Portfolios
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Erstellen von Protokollen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

#### **Übergeordnete Kriterien**

Die Bewertungskriterien für eine Leistung müssen den Schülerinnen/Schülern transparent und klar sein.

### **3.2.3 Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung**

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten. Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet. Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Von den genannten Zuordnungsschemata kann

im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung angemessen erscheint.

### 3.2.4 Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet, sondern bezieht Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt.

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine	
	gute Leistung	ausreichende Leistung
Die Schülerin, der Schüler		
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil

Selbstständig- keit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeug- gebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben

Präsentation/ Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Portfolio	führt das Portfolio sorgfältig und vollständig	führt das Portfolio weitgehend sorgfältig, aber teilweise unvollständig
Schriftliche Übung	ca. 70% der erreichbaren Punkte	ca. 45 % der erreichbaren Punkte

### **3.2.5 Lehr- und Lernmittel**

Schulbuch: **Lambacher Schweizer Oberstufe Einführungsphase Nordrhein-Westfalen**

### **3.2.6 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen**

Zusammenarbeit mit anderen Fächern wird auf verschiedenen Weisen gefördert, wie z.B. bei MINT-Projekten.

### **3.2.7 Qualitätssicherung und Evaluation**

Das schulinterne Fachcurriculum ist entwicklungs offen und modifizierbar, eine jährliche Evaluation wird von der Fachgruppe Mathematik durchgeführt.